

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΠΟ ΤΟ 1967

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Θεωρία σελίδα 152

Β. α. Θεωρία σελίδα 22
β. Ορισμός σελίδα 87

Γ1 α. Σ

β. Σ

γ. Λ

Γ2 $f_1'(x) = v \cdot x^{v-1}$

$$f_2'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f_3'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f_4'(x) = -\eta\mu x$$

ΘΕΜΑ 2^ο

α. Είναι $f'(x) = (xe^x + 3)' = e^x + xe^x$ (1)

οπότε $f(x) = xe^x + 3$

Άρα $xe^x = f(x) - 3$

Οπότε η (1) γράφεται $f'(x) = e^x + f(x) - 3$

Άρα $f'(x) = f(x) + e^x - 3$

β.

$$\text{Είναι } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + xe^x - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x-1} = \frac{1}{-1} = -1$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α. Από τον αξιωματικό ορισμό πιθανότητας ισχύει:

$$P(-1) + P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1$$

$$2P(5) + 2P(5) + 2P(5) + 2P(5) + P(5) + P(5) + P(5) = 1$$

$$11P(5) = 1$$

$$P(5) = \frac{1}{11}$$

$$\text{Οπότε: } P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = \frac{2}{11} \text{ και } P(3) = P(4) = P(5) = \frac{1}{11}$$

β. Θα πρέπει: $x^2 - x - 3 = -1$ γιατί $3 \in A$

$$\text{Οπότε } x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = -1$$

$$\text{Άρα } A = \{1, 3, -1\}$$

$$\text{για } x = -1$$

$$B = \{2, 0, -1, 3\} \text{ οπότε } A \cap B = \{-1, 3\} \text{ (δεκτό)}$$

$$\text{για } x = 2$$

$$B = \{2, 3, 8, -3\} \text{ Αλλά } 8 \notin \Omega \text{ οπότε απορρίπτεται. Άρα δεκτή η } \mathbf{x = -1}$$

$$\gamma. \bullet P(A) = P(1) + P(3) + P(-1) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$$

$$\bullet P(B) = P(2) + P(0) + P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11}$$

$$\bullet P(A \cap B) = P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$$

$$\bullet P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}$$

$$\bullet P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = \frac{5}{11} + \left(1 - \frac{7}{11}\right) - \frac{2}{11} = \frac{7}{11}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

$$\alpha. \text{ Είναι } \bar{x}_A = \frac{12+18+t_3+t_4+\dots+t_{25}}{25} = \frac{30+345}{25} = 15$$

$$\text{Επίσης } \bar{x}_B = \frac{16+14+t_3+t_4+\dots+t_{25}}{25} = \frac{30+345}{25} = 15$$

$$\text{Άρα } \bar{x}_A = \bar{x}_B = 15$$

$$\beta. \text{ Είναι } S_A^2 = \frac{(12-15)^2 + (18-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2}{25} =$$

$$= \frac{9+9+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25} = \frac{18+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25}$$

Όμοια

$$S_B^2 = \frac{(16-15)^2 + (14-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2}{25} =$$

$$= \frac{1+1+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25} = \frac{2+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25}$$

$$\text{Άρα } S_A^2 - S_B^2 = \frac{18+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2 - 2-\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\gamma. \text{ Είναι } CV_A = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{S_A}{15} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow S_A = 1$$

$$CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{S_B}{15}$$

$$\text{Από (β) έχουμε: } S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow 1 - \frac{16}{25} = S_B^2 \Leftrightarrow S_B = \frac{3}{5}$$

$$\text{Άρα } CV_B = \frac{\frac{3}{5}}{15} = \frac{1}{25}$$

Επιμέλεια: Καθηγητών Φροντιστηρίων Βακάλη