ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

α) Αφού τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ αφήνουν το ίδιο υπόλοιπο διαιρούμενα με το x-1 θα ισχύει:

$$P(1) = Q(1) \Leftrightarrow -1 + \nu + 3 = 4 \Leftrightarrow \nu = 2$$

Επομένως το πολυώνυμο γίνεται:

$$P(x) = (2x-3)^3 + (x-1)^4 + 2x + 3$$

Άρα το πολυώνυμο θα είναι 4[ου] βαθμού και ο σταθερός όρος του θα είναι:

$$P(0) = (0-3)^3 + (0-1)^4 + 2 \cdot 0 + 3 = -27 + 1 + 3 = -23$$

β) $P(x) = 9 \Leftrightarrow (2x-3)^3 + (x-1)^4 + 2x + 3 = 9 \Leftrightarrow$

$(2x-3)^3 + (x-1)^4 + 2x - 6 = 0$. Θέτω όπου $x - 1 = \omega$

$\Leftrightarrow x = \omega + 1$ (i)

Οπότε έχουμε:

$$(2\omega + 2 - 3)^3 + (\omega + 1 - 1)^4 + 2\omega + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow$$
$$(2\omega - 1)^3 + \omega^4 + 2\omega - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow 8\omega^3 - 12\omega^2 + 6\omega - 1 + \omega^4 + 2\omega - 4 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\omega^4 + 8\omega^3 - 12\omega^2 + 8\omega - 5 = 0 \ \text{(ii)}$$

Οι πιθανές ακέραιες ρίζες της σχέσης (ii) είναι ±1,±5. Με το σχήμα Horner βρίσκουμε ότι η μοναδική ακέραιη ρίζα είναι το 1.

Οπότε από τη σχέση (i) έχουμε $x = 1 + 1$=2.