



**Επαναληπτικές ασκήσεις στα μαθηματικά
προσανατολισμού της Β΄ λυκείου στον κύκλο και στην
παραβολή**

Θέμα 1^ο

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 + y^2 + \lambda x - (2\lambda + 10)y + 5\lambda + 15 = 0 \quad (1)$$

α) Δείξτε ότι η (1) παριστάνει κύκλο για κάθε τιμή του πραγματικού λ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

β) Βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου (1) συναρτήσει του λ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

γ) Δείξτε ότι καθώς το λ μεταβάλλεται στο \mathbb{R} , τα κέντρα των κύκλων ανήκουν σε ευθεία της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

δ) Αν C_1 ο κύκλος που προκύπτει από την (1) για $\lambda=0$ να βρείτε τις διαμέτρους του κύκλου C_1 που εφάπτονται στη παραβολή $C_2 : x^2 = -4y$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Θέμα 2^ο

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 + y^2 + \lambda x + (3\lambda - 2)y + \frac{\lambda}{4} = 0 \quad (1)$$

α) Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η (1) παριστάνει κύκλο;

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

β) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων της μορφής (1).

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

γ) Έστω C_1 ο κύκλος που προκύπτει από την (1) για $\lambda=0$. Ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$ έχει ένα άκρο το $\Gamma(0,4)$ και το άλλο του άκρο Δ κινείται πάνω στον x' . Βρείτε το Δ ώστε η μεσοκάθετος του $\Gamma\Delta$ να εφάπτεται στον C_1 .

ΜΟΝΑΔΕΣ 10