ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΠΟ ΤΟ 1967

Άσκηση 1

Δίνονται οι μιγαδικοί z για τους οποίους ισχύει: $\mathrm{Re}\left(z+\frac{4}{z}\right)=2\mathrm{Re}(z)$ **(1)**.

B₁. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών z.

B₂. Αν $\mathrm{Re}(z)\neq 0$, τότε:

i. να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών $u=z+3+4i$ καθώς και τους μιγαδικούς με το ελάχιστο και το μέγιστο μέτρο.

ii. να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των μιγαδικών $w=z+\frac{2}{z}$.

B₃. Αν οι μιγαδικοί z_1, z_2 και z_3 ικανοποιούν τη σχέση **(1)** και δεν είναι φανταστικοί, να αποδείξετε ότι: $|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|=2|z_1+z_2+z_3|$.