Ε4

ΘΕΜΑ 1

Α. Να δείξετε ότι η ευθεία $\varepsilon: \alpha x + \beta y + \gamma = 0, (|\alpha| + |\beta| \neq 0)$, είναι παράλληλη στο $\vec{\delta} = (-\beta, \alpha)$.

(Μονάδες: 5)

Β. ΣΩΣΤΟ – ΛΑΘΟΣ

1. Η απόσταση του $0(0,0)$ από την $x + y + 2 = 0$ είναι $\sqrt{2}$.

2. Η εξίσωση $y^2 = xy$ παριστάνει δύο ευθείες.

3. Οι ευθείες $\varepsilon_1: y = 1$ και $\varepsilon_2: 3x - \sqrt{3y} + 5 = 0$ σχηματίζουν οξεία γωνία 60^o.

4. Το συμμετρικό του $P_1(1,2)$ ως προς το $P_2(2,-1)$ είναι το $P_3(3,-4)$.

5. Η εξίσωση $(\mu + 1)x + (\mu^2 + 3\mu + 2)y + (2\mu - 3) = 0,\ \mu \in \mathbb{R}$ παριστάνει πάντοτε ευθεία γραμμή.

(Μονάδες: 10)

Γ. Δίνονται τα σημεία $A(\alpha, \alpha + 1), B(2,1)$ και $\Gamma(3,0)$. Αν το $(AB\Gamma) = 3$ να βρείτε το A.

(Μονάδες: 10)

ΘΕΜΑ 2

(α) Δίνονται οι $\varepsilon_1: 2x + y - 5 = 0$ και $\varepsilon_2: x + 2y - 3 = 0$. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διχοτομούν τις γωνίες που σχηματίζονται από τις ε_1 και ε_2.

(Μονάδες: 12)

(β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας και την απόσταση των $\varepsilon_1: 2x - y + 3 = 0$ και $\varepsilon_2: 4x - 2y - 7 = 0$.

(Μονάδες: 13)

Θεμα 3

(α) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το $A(2,3)$ και απέχει από το $B(3,2)$ απόσταση $\frac{7}{5}$.

(Μονάδες: 14)

(β) Να δείξετε ότι η εξίσωση $(1+\mu)x+(1-\mu)y-(2\mu+4)=0,\ \mu \in \mathbb{R}$, παριστάνει αυθεία που διέρχεται από σταθερό σημείο για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες: 11)

Θεμα 4

(α) Δίνονται τα $A(2\mu, \mu+3)$ και $B(\mu-2, \mu+1), \mu \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο του μέσου M του AB και να υπολογίσετε την μικρότερη τιμή του (OM) με 0 την αρχή του συστήματος αναφοράς.

(Μονάδες: 10)

(β) Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: (\alpha+1)x-y+2=0$ και $\varepsilon_2: 2\alpha x-y+\beta=0$ να είναι παράλληλες και να απέχουν απόσταση $\sqrt{5}$.

(Μονάδες: 15)

Π. Δρακουλάκος

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ από το 1967

Ε5

ΘΕΜΑ 1

Α. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\alpha x+\beta y+\gamma=0$ με $\alpha\neq 0$ ή $\beta\neq 0$ παριστάνει ευθεία στο επίπεδο.

(Μονάδες: 10)

Β. ΣΩΣΤΟ – ΛΑΘΟΣ

1. Κάθε ευθεία που διέρχεται από το $0(0,0)$ έχει εξίσωση της μορφής $\alpha x+\beta y=0$ με $|\alpha|+|\beta|\neq 0$.
2. Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από την $\varepsilon: 3x+4y+12=0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ είναι 6 τ.μ.
3. Η εξίσωση $(3\alpha+1)x+(1-2a)y-(3+4a)=0$, για κάθε $\alpha\in\mathbb{R}$ παριστάνει ευθεία που διέρχεται από το $A(1,2)$.
4. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: \mu x+y+a=0,\ \varepsilon_2: \alpha x-y+3=0,\ \alpha,\mu\in\mathbb{R}$, είναι κάθετες και τέμνονται στο $A(1,2)$, τότε $\alpha=-1$ και $\mu=-1$.
5. Υπάρχει $\alpha\in\mathbb{R}$ τέτοιο ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: 2\alpha-3y+6=0$ και $\varepsilon_2: 2x+3ay-4=0$ να είναι παράλληλες.

(Μονάδες: 15)

ΘΕΜΑ 2

(α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες στην $\varepsilon: 3x-4y-6=0$ και απέχουν από αυτήν 10 μονάδες.

(Μονάδες: 10)

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το $A(2,1)$ και σχηματίζει με τους θετικούς ημιάξονες Ox και Oy τρίγωνο εμβαδού $\frac{25}{4}$ τ.μ.

(Μονάδες: 15)

ΘΕΜΑ 3

(α) Να δείξετε ότι η εξίσωση $4x^2 + y^2 - 4xy + 6\mu x - 3\mu y - 4\mu^2 = 0,\ \mu \in \mathbb{R}^*$, Παριστάνει δύο παράλληλες ευθείες στο επίπεδο και να βρείτε την τιμή του μ έτσι ώστε η απόστασή τους να ισούται με $\sqrt{5}$.

(Μονάδες: 15)

(β) Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$ και $B(4\mu, 2-6\mu), \mu \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την εξίσωση της γραμμής στην οποία βρίσκεται το μέσο Μ του τμήματος ΑΒ καθώς το μ μεταβάλλεται.

(Μονάδες: 10)

ΘΕΜΑ 4

(α) Για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ οι ευθείες

ε_1: $(\alpha+1)x - 2ay - \beta = 0$ και ε_2: $(\alpha-1)x - 3y + 1 - 2\beta = 0$,

(i) τέμνονται,

(ii) είναι παράλληλες,

(iii) συμπίπτουν

(Μονάδες: 12)

(β) Τριγώνου ΑΒΓ δίνονται η κορυφή $A(1,2)$ και οι εξισώσεις $x - 3y + 1 = 0$ και $y - 1 = 0$ δυο διαμέσων του. Να βρείτε τις κορυφές Β και Γκαι το εμβαδόν του ΑΒΓ.

(Μονάδες: 10+3)

Π. Δρακουλάκος

Μαθηματικά Β΄ Προσανατολισμού

Π. Δρακουλάκος

ΘΕΜΑ 1

Α. Να δείξετε ότι κάθε ευθεία του επιπέδου έχει εξίσωση της μορφής $Ax+By+\Gamma=0$ με $A\neq 0$ ή $B\neq 0$.

(7 μονάδες)

Β. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \alpha x+(\alpha-1)y-2=0$ και $\varepsilon_2: 2\alpha x-(\alpha+1)y+4=0$, $\alpha\in\mathbb{R}$.

i. Να βρείτε το α αν $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

ii. Υπάρχει $\alpha\in\mathbb{R}$ τέτοιο ώστε $\varepsilon_1\perp\varepsilon_2$;

(8 μονάδες)

Γ. <u>Ερωτησεισ Τυπου Σωστο-Λαθοσ</u>

1. Η συμμετρική της ευθείας $\varepsilon: 2x-y+3=0$ ως προς την $y=x$ είναι η $\zeta: x-2y-3=0$.

2. Υπάρχει $\alpha\in\mathbb{R}$ τέτοιο ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: \alpha^2x+y-(\alpha+1)=0$ και $\varepsilon_2: x+(1-\alpha^2)y+2\alpha=0$ να είναι κάθετες.

3. Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το $O(0,0)$ έχουν εξίσωση της μορφής $y=\alpha x, \alpha\in\mathbb{R}$

4. Η ευθεία $\varepsilon: y=(\alpha^2-\alpha-2)x+4$, σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον $x'x$ για $\alpha\in(-1,2)$.

5. Η ευθεία AB έχει εξίσωση $2x-y+3=0$, το $(AB)=2\sqrt{5}$. Το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι ίσο με 3, $O(0,0)$.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2

Α. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες στην $\varepsilon: x-2y+3=0$ και απέχουν από αυτήν $\sqrt{5}$ μονάδες.

(10 μονάδες)

Β. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία των ευθειών $\varepsilon_1: x-2y+3=0$ και $\varepsilon_2: x+3y-6=0$.

(8 μονάδες)

Γ. Δίνονται τα $A(3,3)$ και $B(1,1)$. Να δείξετε ότι τα σημεία M του επιπέδου για τα οποία ισχύει $(AM)^2-(BM)^2=16$ βρίσκονται στην ευθεία που διχοτομεί την γωνία $x'oy$.

(7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3

Α. Δίνονται οι ευθείες

$\varepsilon_1: \alpha x+4y+8=0$ και

$\varepsilon_2: x+\alpha y+\beta=0$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Να υπολογίσετε τα α και β έτσι ώστε οι ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες και να απέχουν απόσταση $\sqrt{5}$ μονάδες.

(16 μονάδες)

Β. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διχοτομούν τις γωνίες που σχηματίζονται από τις ευθείες $\varepsilon_1: 2x-y+5=0$ και $\varepsilon_2: x+2y-5=0$.

(9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4

Α. Το τρίγωνο ΟΑΒ με $0(0,0)$, $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$, είναι ορθογώνιο στο 0. Να δείξετε ότι $\det(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=\pm 1$.

(6 μονάδες)

Β. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το $A(-2,0)$ και απέχει $B(2,0)$ απόσταση $2\sqrt{2}$ μονάδες.

(9 μονάδες)

Γ. Δίνεται η εξίσωση

$$(\mu^2-\mu)x+(2\mu^2+\mu+1)y+(4\mu^2+2\mu+2)=0,\ \ (1),\ \ \mu\in\mathbb{R}.$$

i. Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\mu\in\mathbb{R}$

ii. Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες με εξίσωση την (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο του οποίου ζητούνται οι συντεταγμένες.

iii. Να βρείτε το μ έτσι ώστε η (1) να παριστάνει ευθεία κάθετη στην $y=x$.

(10 μονάδες)

Καλή Επιτυχία!