

**ΘΕΜΑ 1**

**A. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΥΠΟΥ ΣΩΣΤΟ-ΛΑΘΟΣ**

1. Η ευθεία  $3x + y - 6 = 0$  σχηματίζει οξεία γωνία με τον  $x'$ .
2. Η εξίσωση  $(\mu^2 - 1)x + (\mu^2 - \mu - 2)y + 3\mu = 0$  παριστάνει ευθεία γραμμή για κάθε  $\mu \in \mathbb{R}$ .
3. Η εξίσωση  $y + 1 = \lambda(x + 2)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , παριστάνει για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$  όλες τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο  $A(-2, -1)$ .
4. Αν  $|\alpha| + |\beta| \neq 0$  οι εξισώσεις  $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$  και  $\alpha x + \beta y - \gamma = 0$  παριστάνουν ευθείες συμμετρικές ως προς το  $O(0,0)$ .
5. Η εξίσωση  $y = |x|$  παριστάνει δύο ημιευθείες.
6. Τα  $A(1,1)$ ,  $B(-1,1)$  και  $\Gamma(1,-1)$  είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου.
7. Αν  $\vec{\delta} = (A,B)$  και  $\vec{\varepsilon} = (x,y)$  με  $|A| + |B| \neq 0$ , η εξίσωση  $\vec{\delta} \cdot \vec{\varepsilon} + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία γραμμή.
8. Αν  $AB\Gamma$  τρίγωνο εμβαδού  $E$ , τότε  $\det\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}\right) = \pm 2E$ .
9. Υπάρχει τιμή του  $\mu \in \mathbb{R}$ , τέτοια ώστε οι ευθείες  $\varepsilon_1 : 2x + y + 3 = 0$ ,  $\varepsilon_2 : y = \mu^2 x + 2$  και  $\varepsilon_3 : y = -2x + 1$  να ορίζουν τρίγωνο.
10. Η εξίσωση  $xy = x$  παριστάνει μία μόνο ευθεία στο επίπεδο.

(20 μονάδες)

**B.** Να δείξετε ότι οι ευθείες  $2αx - (α + 1)y + 1 - 3α = 0$  και

$(3α + 1)x + (α - 1)y + 2(1 - 3α) = 0$  για κάθε  $α \in \mathbb{R}$ , σχηματίζουν σταθερή γωνία.

(5 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 2

**A.** Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη προς την

$\epsilon : 2x - 3y - 12 = 0$  και που ορίζει με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 12 μονάδων.

(8 μονάδες)

**B.** Δίνονται οι ευθείες  $\epsilon_1 : (\mu + 2)x + \mu y + 3\mu - 1 = 0$  και  $\epsilon_2 : (\mu - 1)x + \mu y + 5 = 0$ .

Να βρείτε το  $\mu \in \mathbb{R}$ , ώστε να είναι  $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$  και να δείξετε ότι το σημείο τομής των  $\epsilon_1$

και  $\epsilon_2$  βρίσκεται στην γραμμή με εξίσωση:  $y = \frac{x^2 - x - 5}{2 - x}$ .

(α' ζητούμενο: 5 μονάδες, β' ζητούμενο: 12 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 3

**A.** Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των ευθειών  $\epsilon_1 : 3x - y + 1 = 0$  και

$\epsilon_2 : -6x + 2y - 3 = 0$ . Ποια είναι η  $d(\epsilon_1, \epsilon_2)$ ;

(α' ζητούμενο: 6 μονάδες, β' ζητούμενο: 3 μονάδες)

**B.** Δίνονται τα σημεία  $A(\alpha, 0)$ ,  $B(2\alpha, 3\alpha)$  με  $\alpha \neq 0$ . Η κάθετη στην  $AB$  στο  $A$  τέμνει την ευθεία  $x + 2\alpha = 0$  στο  $\Gamma$ .

**(α)** Να βρείτε τις συντεταγμένες του  $\Gamma$  συναρτήσει του  $\alpha$ .

(4 μονάδες)

**(β)** Να δείξετε ότι το  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές.

(4 μονάδες)

**(γ)** Να υπολογίσετε το  $\alpha$  έτσι ώστε το  $(AB\Gamma) = 5$ .

(4 μονάδες)

**(δ)** Να βρείτε την εξίσωση της γραμμής στην οποία βρίσκεται το μέσο  $M$  του  $A\Gamma$ , καθώς το  $\alpha$  παίρνει τις διάφορες τιμές του.

(4 μονάδες)

#### ΘΕΜΑ 4

**A.** Τριγώνου  $AB\Gamma$  δίνονται η κορυφή  $A(1,2)$  και οι εξισώσεις  $x - 3y + 1 = 0$  και  $y = 1$  δύο διαμέσων του. Να βρείτε τις κορυφές  $B$  και  $\Gamma$ .

(10 μονάδες)

**B.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$x^2 - y^2 - 4\mu y - 2\mu x - 3\mu^2 = 0, \quad \mu \in \mathbb{R},$$

παριστάνει δύο ευθείες κάθετες μεταξύ τους και να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο του σημείου τομής τους.

(α' ζητούμενο: 10 μονάδες, β' ζητούμενο: 5 μονάδες)

---

Καλή Επιτυχία!