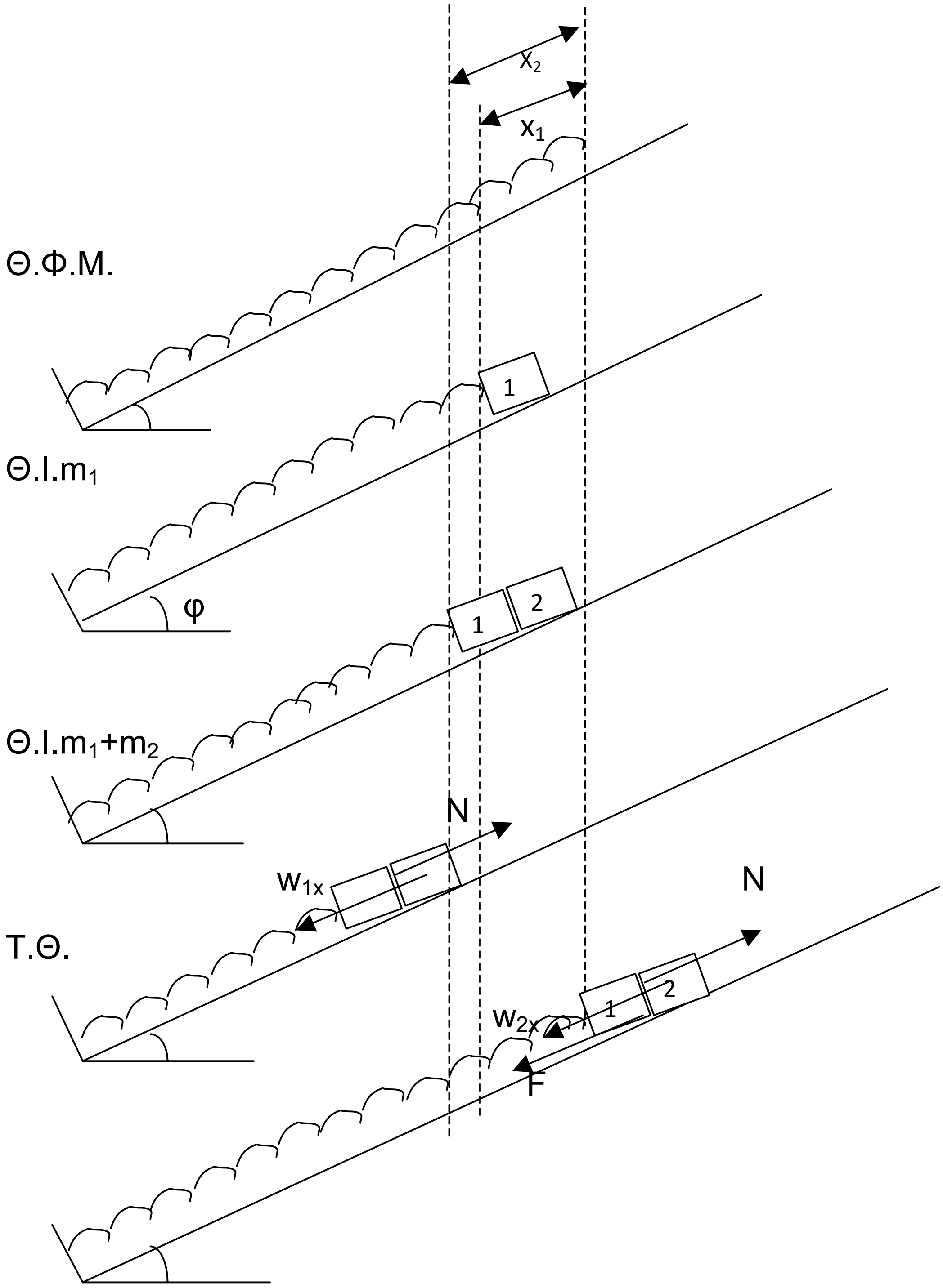

Ερώτημα (iv)

i) Στη θέση ισορροπίας του m_1 ισχύει:

ΣF=0 , $F_{ελ} – w_{1x} = 0$, $F_{ελ} = w_{1x}$, $k\, x_1 = m_1 gημ30$,

$x_1 = 0{,}05$ m

Στη θέση ισορροπίας του m_1+m_2 ισχύει:

ΣF=0 , $F_{ελ} – w_{ολ,x} = 0$, $F_{ελ} = w_{ολ,χ}$, $k\, x_2 = (m_1+m_2)\, gημ30$,

$x_2 = 0{,}2$ m.

Η θετική φορά έχει οριστεί προς τα πάνω επομένως το σώμα βρίσκεται τη χρονική στιγμή t=0 στη θέση μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσης.

Υπολογίζουμε την αρχική φάση ως εξής:

Για t=0 , $ημφ_0 = \frac{x}{A}$, $ημφ_0 = \frac{-A}{A} = -1 = ημ\frac{3π}{2}$

Επομένως $φ_0 = \frac{3π}{2}$. Επίσης $ω = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = 5\, {}^{rad}/_{s}$

Άρα η εξίσωση γίνεται ως εξής: $x = 0{,}4ημ\left(5t + \frac{3π}{2}\right)$ (S.I.)

Για την εξίσωση της ταχύτητας εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση:

$E_T = K + U_T$,

$u = \pm ω\sqrt{A^2 - x^2}$

$$u = \pm 5\sqrt{0{,}16 - x^2} \quad \text{(S.I.)}$$

ii) Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του συστήματος D καθώς η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του κάθε σώματος χωριστά D_1 και D_2 υπολογίζονται ως εξής:

$$D_1 = m_1\omega^2 = 25\ N/m$$

$$D_2 = m_2\omega^2 = 75\ N/m$$

$$D = [(m_1 + m]_2)\omega^2 = 100\ N/m$$

iii) Θα αποδείξουμε ότι η επαφή χάνεται στη θέση φυσικού μήκους, δείχνοντας ότι οι δύο θέσεις, η Θ.Φ.Μ. και η μέγιστη απομάκρυνση από τη Θ.Ι. χωρίς να χάνεται η επαφή των δύο σωμάτων, είναι ταυτόσημες.

Οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα m_2 είναι:

$$\Sigma F_x = -D_{m_2}x\ , \qquad N - w_{2x} = -D_{m_2}x\ ,$$

$$N = m_2 g\eta\mu 30 - m_2\omega^2 x\ (1)$$

Για να μην χάνεται η επαφή πρέπει: $N \geq 0$

$$m_2 g\eta\mu 30 - m_2\omega^2 x \geq 0$$

$$g\eta\mu 30 - \omega^2 x \geq 0$$

$$x \leq \frac{g\eta\mu 30}{\omega^2}$$

$$x_{max} = \frac{g\eta\mu 30}{\omega^2} = 0{,}2\ m$$

Άρα αποδείχτηκε ότι η επαφή χάνεται στη Θ.Φ.Μ αφού συμπίπτει το x_{max} με το x_2.

iv) Τη στιγμή που χάνεται η επαφή το σώμα m_1 έχει απομάκρυνση από τη Θ.Ι. x_1=0,05 m.

Για να βρούμε το καινούργιο πλάτος της ταλάντωσης εκτός από την απομάκρυνση του σώματος, χρειαζόμαστε και την ταχύτητα του που είχε κατά τη στιγμή που χάνεται η επαφή των δυο σωμάτων, την οποία θα υπολογίσουμε μέσω της ΑΔΕΤ.

$E_T = K + U_T$,

$u = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$u = 5\sqrt{0,4^2 - 0,2^2} = \sqrt{3}\ {}^{m}/_{s}$

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον ίδιο τύπο για να υπολογίσουμε όμως την καινούργια ενέργεια ταλάντωσης του σώματος m_1.

$E_T = K + U_T$,

$E_T = \frac{1}{2}m_1u^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2$,

$E_T = 1{,}625\ J$

$E_T = \frac{1}{2}DA^2$

v) Το σώμα m_1 εκτελεί ταλάντωση με περίοδο που δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = 0{,}2\pi\ sec$$

Σε αυτόν το χρόνο το σώμα m_2 που έχει αποκολληθεί νωρίτερα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m_2} = \frac{m_2 g\eta\mu 30}{m_2} = 5\,{}^{m}/_{s^2}$$

Η μετατόπιση του δίνεται από τη σχέση:

$$x = u_0 t - \frac{1}{2}at^2 = \sqrt{3}\,\frac{\pi}{5} - \frac{1}{2}\,5\,\frac{\pi^2}{25} = \left(\sqrt{3}\,\frac{\pi}{5} - 1\right)m$$

vi) Σύμφωνα με τις δυνάμεις που υπάρχουν στο σώμα ισχύει:

$$\Sigma F_x = -D_{m_2}x$$

$$N - w_{o\lambda_x} - F = -D_{m_2}x$$

Οριακφ για $N = 0$,

$$-w_{2_x} - F = -D_{m_2}x$$

Για $x = 0{,}4m$,

στη θΧση δηλαδΨ που εμφανΩζεται η μεγαλύτερη δύναμη αποκόλλησης

προκύπτει:

$$F = D_{m_2}A - w_{2_x}$$

$$F = 75 * 0{,}4 - 15 = 15N$$