ΑΣΚΗΣΗ:

Δίνεται η $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ όπου για κάθε $x\in\mathbb{R}^*$

$$xf(x)\le x^3\eta\mu\frac{1}{x}+x$$

Αν $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=|2z-3|$

i) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του z

ii) Θεωρούμε τους μιγαδικούς $2zw=(2z-3)^2+1+3w$

Να δείξετε ότι $\mathrm{I}_m(w)=0$

iii) Θεωρούμε τους μιγαδικούς $v=g(x)+\kappa i \quad \kappa\in\mathbb{R}$ όπου g συνεχής συνάρτηση ορισμένη στο $[0,1]$, των οποίων οι εικόνες ανήκουν στο γεωμετρικό τόπο των εικόνων του z.

Να δείξετε ότι υπάρχει $x_0\in[0,1]$ ώστε ο μιγαδικός u να είναι πραγματικός όπου

$$u=x+\left(g(x)-1-x\right)i$$