



### Παραμετρικές εξισώσεις δευτέρου βαθμού

#### Άσκηση 1

Δίνεται η εξίσωση :  $\lambda x^2 + (2\lambda + 3)x + \lambda + 2 = 0$  ,  $\lambda \neq 0$ .

**α)** Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**β)** Αν  $\lambda > 0$ , τότε:

- i)** η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες θετικές ή αρνητικές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- ii)** να αποδείξετε ότι  $|x_1 + x_2| < 2x_1x_2$  , όπου  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης.

#### Άσκηση 2

Δίνεται η εξίσωση :  $x^2 - 4(\lambda + 1)x + 8\lambda - 1 = 0$  ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**α)** Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό  $\lambda$ , η παραπάνω εξίσωση έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.

**β)** Έστω  $x_1$  και  $x_2$  οι άνισες ρίζες της παραπάνω εξίσωσης.

- i)** Να αποδείξετε ότι η παράσταση  $A = (x_1 - 2)(x_2 - 2)$  είναι ανεξάρτητη του  $\lambda$ .
- ii)** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  ισχύει :  $x_1^2 + x_2^2 > 2$ .

#### Άσκηση 3

Δίνεται η εξίσωση :  $2x^2 - 2(\lambda - 5)x - (\lambda - 5) = 0$  ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**α)** Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της παραπάνω εξίσωσης ισούται με  $\Delta = 4(\lambda^2 - 8\lambda + 15)$

**β)** Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ , η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**γ)** Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbb{R}$ , η ανίσωση  $2x^2 - 2(\lambda - 5)x - (\lambda - 5) > 0$  αληθεύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .